

УДК 534.756

ГРОМКОСТЬ ЗВУКОВ РАЗЛИЧНЫХ ЧАСТОТ И ИНТЕНСИВНОСТЕЙ: ОБОБЩЕННЫЙ ЗАКОН ВЕБЕРА ДЛЯ СЛУХА

LOUDNESS OF SOUNDS OF DIFFERENT FREQUENCY AND INTENSITY: THE GENERALIZED WEBER LAW FOR HEARING

Овчинников Е.Л.

ФГБОУ ВО «Самарский государственный медицинский университет» Минздрава РФ

Цель — строгое научно-теоретическое обоснование закона Вебера для определения громкости звуков различных частот и интенсивностей.

Объекты и методы. Экспериментальные результаты Э.Г. Вебера по субъективному восприятию объективно измеряемых параметров внешних раздражений, их теоретическое обоснование для звуков стандартной частоты 1 кГц, биофизическое и биоматематическое моделирование громкости звуков различных параметров.

Результаты. Научно обоснован закон Вебера по автору для определения громкости звуков различных частот и интенсивностей.

Ключевые слова: закон Вебера, закон Вебера — Фехнера, поверхность Вебера, плоскость Фехнера.

Ovchinnikov EL

Samara State Medical University

Aim — rigorous scientific and theoretical substantiation of the Weber law for determination of loudness of sounds of different frequency and intensity.

Objects and methods. E.H. Weber's experimental results on subjective perception of objectively measured parameters of external irritants, their theoretical substantiation for sounds of the standard frequency 1 kHz, biophysical and biomathematical modeling of loudness of sounds with different parameters.

Results. The Weber law by author for determination of loudness of sounds of different frequency and intensity is evidence based.

Keywords: Weber law, Weber – Fechner law, Weber surface, Fechner plane.

■ ВВЕДЕНИЕ

Восприятие человеком энергии звука в физиологии и психофизике слуха как ощущение оценивается его громкостью и устанавливается законом Вебера — Фехнера [1, 2]. Закон регламентирует соотношение силы раздражителя — относительной интенсивности звука I (или звукового давления Δp) относительно пороговой интенсивности $I_{oc} = 10^{-12}$ Дж/(м² с) (порогового звукового давления $\Delta p_{oc} = 2 \cdot 10^{-5}$ Па) и их субъективного ощущения — громкости тона E . Говорят, что громкость тона является психоакустическим коррелятом восприятия слухом энергии (интенсивности, давления) звука.

Традиционное обоснование экспериментов Э.Г. Вебера по Г.Т. Фехнеру не дает полного решения проблемы и, естественно, не устанавливает функциональной связи между силой раздражения и ее ощущением при восприятии слухом звуковой энергии произвольных параметров. Закон Вебера — Фехнера для слуха определен в интегральной форме только для стандартной частоты $f_c = 1$ кГц в виде декларативных (условно принятых) соотношений

$$E, \text{ фон} = 10 \lg \frac{I}{I_0}, \text{ дБ} = 20 \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_0}, \text{ дБ}. \quad (1)$$

В общем решении дифференциального уравнения $dE = k dI/I$ как закона Вебера — Фехнера в интеграль-

ной форме $E = 10 \lg(I/I_0)$ единицей измерения правой части является децибел (дБ). На практике громкость тона как ответную реакцию на раздражение (ощущение) оценивают в децибелах громкости, декларативно приравнивая на стандартной частоте децибел громкости тона к децибелу интенсивности звука, называя его фоном. Для произвольных частот и интенсивностей звука закон Вебера — Фехнера определяется только экспериментально и графически отображается кривыми равных громкостей — изофонами; но можно показать, что дифференциальное уравнение, представленное по Фехнеру в виде $dE = k dI/I$, имеет логическое и вполне определенное решение во всем диапазоне звуковых частот допустимой (комфортной) интенсивности.

■ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Природа равногромких звуков в рецепторном отделе уха.

Вначале выясним физический, биофизический, физиологический и психофизический смысл величины I_{nf}/I_{nc} и обоснуем возможность ее расчета. Это отношение интенсивностей равногромких звуков на n -ом уровне громкости: два звука, произвольной f и стандартной f_c частот, на n -ом уровне громкости являются равногромкими (производят одинаковое ощущение громкости) при выполнении равенства $E_{nf}^* = E_{nc}^*$,

наблюдаемого в рецепторном отделе уха. Равенство громкости тонов отражает ответ равного числа n сенсоров, возбужденных при раздражении, проявляясь в субъективности ощущений. Но, по Веберу, это равенство является объективным для количественных соотношений при преобразовании энергии в рецепторном отделе. Звуки с интенсивностями I_{nf}^* и I_{nc}^* (соответственно с энергиями W_{nf}^* и W_{nc}^*) будут равногромкими, если они окажут одинаковое раздражающее действие

на рецепторы: $I_{nf}^* = I_{nc}^*$, или, что то же самое, $\frac{I_{nf}^*}{I_{nc}^*} = 1$.

Вводя морфофункциональные параметры улиткового протока и используя определение интенсивности волн, выражающее их связь с энергией W , получим:

$$\frac{I_{nf}^*}{I_{nc}^*} = \frac{W_{nf}^* S_c^* t_c^*}{W_{nc}^* S_f^* t_f^*} \quad (2)$$

Здесь S_c^* и S_f^* — площади базилярной мембраны, занимаемые возбуждаемыми наружными волосковыми клетками под действием волн стандартной и произвольной частот, пропорциональные квадрату межрецепторных расстояний Δ_c и Δ_f . Последовательность координатного распределения рецепторов внутреннего ряда $\ell(N)$ на базилярной мембране длиной L_0 , воспринимающих частоту $f(N)$ при максимально воспринимаемой ухом частоте $f_{mo} = 20$ кГц, удовлетворяет акустоволновой модели [4]

$\ell(f) = L_0 \cdot 2^{2 \lg \frac{f}{f_{mo}}}$, где частота f , выражаясь функцией номера N возбуждаемого рецептора

соотношением $f(N) = f_{mo} \cdot 10^{\sqrt{\frac{1}{\lg 2} \lg \frac{N_{mo}}{N+N(f_a)}}}$, дает

величину $\ell(N) = L_0 \cdot 2^{\frac{-2}{\sqrt{\lg 2}} \sqrt{\lg \frac{N_{mo}}{N+N(f_a)}}}$. Тогда расстояния между соседними рецепторами внутреннего ряда $\ell(f)$ могут быть рассчитаны по очевидному равенству $\ell(N) = \ell(N+1) - \ell(N)$, а для рецепторов наружных рядов, ответственных за ощущение громкости звуков [3], $\Delta(N)$, — вдвое короче.

В том же соотношении (2) t_c^* и t_f^* — длительности прохождения волнами сравниваемых частот просвета h между вестибулярной и текториальной мембранами (время переноса энергии в эндолимфатическом протоке). Просвет можно считать постоянным по всей длине улиткового протока (возможно, за исключением небольших его торцовых участков). Результат заметно упрощается, если принять, что величина просвета обратно пропорциональна межрецепторным расстояниям. Тогда

$\frac{t_c^*}{t_f^*} = \frac{h_c/v_c}{h_f/v_f} = \frac{\Delta_f v_f}{\Delta_c v_c}$, где v_f и v_c — скорости волн произвольной и стандартной частот, подчиняющиеся эффекту дисперсии в жидкостях внутреннего уха согласно акустоволновой модели слуха [4] и удовлетворяющих соотношению $v(f) = \frac{1+2^{2 \lg \frac{f}{f_{mo}}}}{2} \cdot v_{mo}$,

где $v_{mo} = 1600$ м/с — скорость в перилимфе звука с максимально воспринимаемой ухом частотой f_{mo} . Окончательно получаем:

$$\frac{W_{nf}^*}{W_{nc}^*} = \frac{\Delta_f v_c}{\Delta_c v_f} = G(f) \quad (3)$$

Таким образом, отношение энергии звуковых волн произвольной и стандартной частот для равногромких тонов во внутреннем ухе прямо пропорционально отношению межрецепторных расстояний и обратно пропорционально отношению парциальных скоростей волн в жидких средах внутреннего уха. Безразмерная величина $G(f)$ определяет отношение энергий равногромких тонов: она показывает, во сколько раз одна из них должна быть больше другой для ощущения равногромкости, и может служить критерием равногромкости тонов разной высоты (рис. 1а). Особенностью критерия $G(f)$ является его определение через подчиняющиеся акустоволновой модели параметры морфоструктур внутреннего уха (межрецепторные расстояния и просвет эндолимфатического протока) и физические характеристики звука (скорость диспергированных волн в жидкостях улитки).

2. Механизмы равногромкости источников звуков.

Интенсивность звука устанавливается ее определением в окружающей среде. Поступающая на барабанную перепонку от источников звука энергия волн произвольной частоты W_{nf} , отнесенная к энергии волн стандартной частоты W_{nc} , равна $\frac{W_{nf}}{W_{nc}} = \frac{I_{nf}}{I_{nc}}$, так как

обе величины приходятся на одну и ту же поверхность — на барабанную перепонку ($S_{бп} = \text{const}$) и длительность прохождения волной расстояния от входного отверстия наружного слухового прохода до нее можно считать одинаковой из-за пренебрежения дисперсией звука в воздухе. Преобразование происходит по закону сохранения и превращения энергии, который в виде

$$\frac{W_{nf}}{W_{nc}} = \frac{W_{nf}^*}{W_{nc}^*} \quad \text{приводит к соотношению}$$

$$\frac{W_{nf}}{W_{nc}} = \frac{I_{nf}}{I_{nc}} = \frac{\Delta_f v_c}{\Delta_c v_f} = G(f) \quad (4)$$

Это означает, что для ощущения звука на частоте, отличной от стандартной, требуется большая энергия, увеличение которой вызвано значительным ростом межсенсорных расстояний Δ_f при изменении частоты. Возможно, это связано с большим объемом внутрилабиринтных жидкостей над рецепторами, который надо привести в колебательное движение для физиологического ощущения звука той же громкости. Величина $G(f)$ приобретает смысл частотного эквивалента равногромких тонов (рис. 1а).

Отметим для него два уложения. Первое устанавливает, что абсолютное приращение относительно уровня интенсивности звука относительно n -ого уровня для равногромких тонов равно абсолютному приращению психофизического эквивалента:

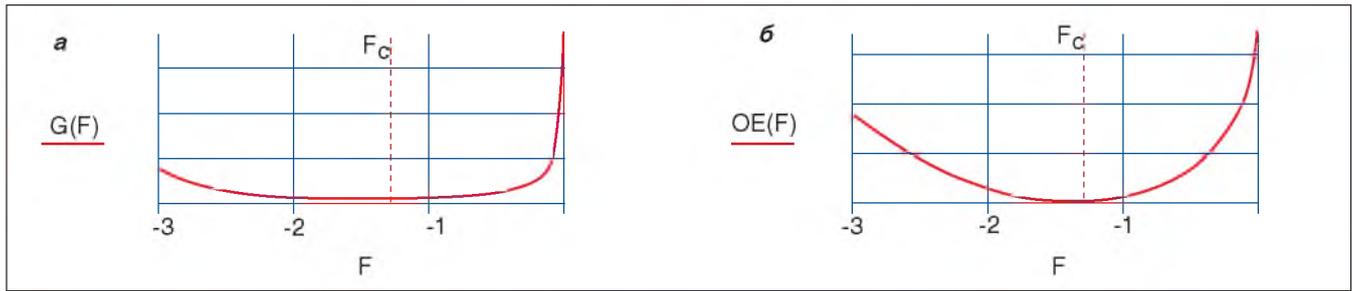


Рисунок 1. Моделирование равногромкости тонов: **а** – расчет психофизического частотного эквивалента равногромких тонов $G(f)$; **б** – расчет частотной функции $\mathbf{E}(f)$.

$$\Delta \left(\frac{I_{nf}}{I_{nc}} \right) = \frac{\Delta I_{nf}}{I_{nc}} = \Delta G(f), \text{ что приводит к соотношению}$$

$\Delta I_{nf} = I_{nc} \Delta G(f)$. Из этого равенства вытекает второе уложение об относительном приращении интенсивности звука по частоте на n -ом уровне, которое составляет

$$\left(\frac{\Delta I}{I} \right)_n = \frac{\Delta I_{nf}}{I_{nf}} = \frac{I_{nc}}{I_{nf}} \Delta G = \frac{\Delta G}{G}.$$

Теперь вернемся к экспериментальному закону Вебера – Фехнера, по которому приращение ощущения громкости тона ΔE пропорционально относительному приращению интенсивности звука $\frac{\Delta I}{I}$, т.е. $\Delta E = k \frac{\Delta I}{I}$. Но

приращение интенсивности звука ΔI может отражать приращение как по уровню интенсивности ΔI_L , так и по частоте ΔI_f , и в общем случае представляться суммой с соответствующими коэффициентами пропорциональности k_L и k_f

$$\Delta E = k_L \left(\frac{\Delta I}{I} \right)_{f_c} + k_f \left(\frac{\Delta I}{I} \right)_n = k_L \left(\frac{\Delta I}{I} \right)_{f_c} + k_f \left(\frac{\Delta G}{G} \right)_n.$$

Переходя к бесконечно малым, получаем дифференциальное уравнение

$$dE = k_L \left(\frac{dI}{I} \right)_{f_c} + k_f \left(\frac{dG}{G} \right)_n, \tag{5}$$

интегрируя которое в пределах для E от 0 до E , для I от I_{oc} до I и для G от $G_{nc} = 1$ до G , имеем

$$\int_0^E dE = k_L \int_{I_{oc}}^I \frac{dI}{I} + k_f \int_1^G \frac{dG}{G} = k_L \ln \frac{I}{I_{oc}} + k_f \ln G.$$

Переход к десятичным логарифмам дает общее решение

$$E = \frac{k_L}{\lg e} \lg \frac{I}{I_{oc}} + \frac{k_f}{\lg e} \lg G. \tag{6}$$

Декларативное условие для стандартной частоты $f = f_c = 1$ кГц, для которой $I_{nf} = I_{nc}$, дает $E_{nf} = E_{nc}$ (как для равногромких тонов) и $\lg \frac{I_{nc}}{I_{oc}} = L_{nc} = E_{nc}$, а также $G_{nc} = 1$, или $\lg G = 0$, приводит к тому, что $\frac{k_L}{\lg e} = 1$. Окончательно для стандартной частоты $E = \lg \frac{I}{I_{oc}}$ \tag{7}

получаем закон Вебера – Фехнера в привычном виде.

Граничные условия с частотой $f_o = 20$ Гц и/или $f_{mo} = 20$ кГц, при которых $I_{nf} = I_{mo}$, $E_{nf} = E_{mo}$, причем $E_{mo} = E_{nc}$ (как

для равногромких тонов), а также $\lg \frac{I_{mo}}{I_{oc}} = L_{mo} = E_{mo}$ (по декларативному соглашению) и $\lg \frac{I_{nc}}{I_{oc}} = L_{nc} = L$, приводит

к тому, что $E_{nc} = \lg \frac{I_{mo}}{I_{oc}} + \frac{k_f}{\lg e} \lg G_{mo} = L_{mo} + \frac{k_f}{\lg e} \lg G_{mo}$,

откуда $\frac{k_f}{\lg e} = (L - L_{mo}) \frac{1}{\lg G_{mo}}$. Тогда

$$E = L + (L_{nc} - L_{mo}) \frac{\lg G}{\lg G_{mo}} \text{ или}$$

$$E = \lg \frac{I}{I_{oc}} + \left(\lg \frac{I}{I_{oc}} - \lg \frac{I_{mo}}{I_{oc}} \right) \frac{\lg G}{\lg G_{mo}} = \lg \frac{I}{I_{oc}} + \lg \frac{I}{I_{mo}} \frac{\lg G}{\lg G_{mo}}.$$

Отметим две особенности второго слагаемого в решении уравнения. Оно состоит из двух сомножителей. Для $\lg G$ на стандартной частоте на любом n -ом уровне $\lg G_{nc} = 0$, на максимально и минимально воспринимаемых частотах $f_{mo} = 20$ кГц и $f_o = 20$ Гц $\lg G_{mo} \cdot \lg e \rightarrow 1$, так что функцию $\mathbf{E}(f) = \lg G(f) \cdot \lg e \in [0; 1]$ можно считать нормированной (**рис. 1б**). Назовем эту функцию $\mathbf{E}(f)$

$$\text{частотной, при этом } E = L + \lg \frac{I}{I_{mo}} \mathbf{E}. \tag{8}$$

Второй сомножитель

$$\lg \frac{I}{I_{mo}} = \lg \left(\frac{I}{I_{oc}} \cdot \frac{I_{oc}}{I_{mo}} \right) = \lg \left(\frac{I}{I_{oc}} \right) - \lg \left(\frac{I_{mo}}{I_{oc}} \right) = L - L_{mo}$$

– это уровень звука относительно верхней комфортной интенсивности I_{mo} . Назовем его обращенным (versus Level) с обозначением \mathbb{L} . Для $L < I_{mo}$ (для комфортных интенсивностей звука) обращенный уровень $\mathbb{L} < 0$, и наоборот. В краткой записи итоговый результат

$$E = L + \mathbb{L} \mathbf{E} \tag{9}$$

означает, что громкость тона E , ощущаемой на слух от звука произвольной частоты и уровня интенсивности, равна уровню интенсивности звука L , уменьшенному на произведение обращенного уровня интенсивности этого звука и частотной функции на этой частоте. Соотношение (9) – интегральный закон Вебера в авторской форме.

Функция (9) геометрически представляется поверхностью, моделирование которой приведено на **рис. 2а**. Для идентификации назовем ее поверхностью Вебера. Частично прозрачная, она представлена в полной цветовой палитре. Красная вертикальная полупрозрачная плоскость фиксирует уровень интенсивности звуков

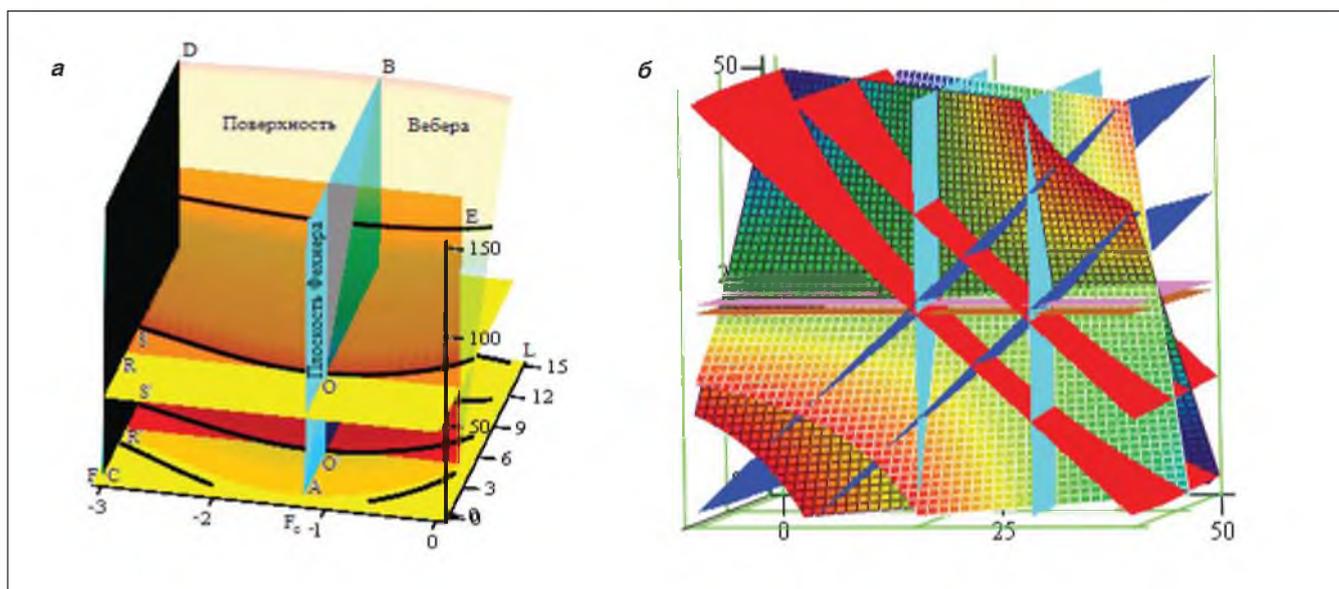


Рисунок 2. Графическое представление закона Вебера по автору в 3D системе координат LEF, **а** — поверхность Вебера и реперные плоскости с осью интенсивности звука L, Б, осью десятичного логарифма относительных частот звука $F = \lg(f/f_{mo})$ относительно максимально воспринимаемой $f_{mo} = 20$ кГц (при этом $F_{mo} = 0$ для $f = f_{mo} = 20$ кГц, $F_o = -3$ для $f = f_o = 20$ Гц; масштаб 10 ед. = -1); вертикальной осью уровней громкости тонов E, в фонах; **б** — поверхность Вебера как гиперболический параболоид с характеристическими плоскостями.

$L = 5$ Б. Серая вертикальная плоскость прямой CD описывает тон произвольных параметров. Голубая вертикальная плоскость соответствует стандартной частоте $F_c = \lg(f_c/f_{mo}) = -1.301$, ее сечение поверхности Вебера, — прямая АВ, — описывает тон стандартной высоты 1000 мел произвольной громкости E, ощущаемый на слух при раздражении рецепторов звуком стандартной частоты 1000 Гц произвольной интенсивности I (произвольного уровня интенсивности L): прямой АВ устанавливается частный случай — закон Вебера — Фехнера для стандартной частоты, поэтому и саму плоскость можно идентифицировать как плоскость Фехнера.

Линия OS сечения поверхности Вебера желтой непрозрачной горизонтальной плоскостью фиксирует равногромкие тоны с уровнем громкости $E = 50$ фон. Отрезок RS устанавливает то приращение уровня интенсивности звука ΔL , которое требуется для поддержания громкости тона на заданном уровне E, при этом приращение уровня интенсивности звука ΔL пропорционально приращению частотной функции ΔG , соответствующего отрезку OR.

■ ОБСУЖДЕНИЕ

Представленное обоснование не является единственным. Для моделирования и расчета искомой громкости $E(I, f)$ удобнее использовать (9) в виде:

$$E(L, f) = L - (L_{mo} - L) \mathcal{E}(f). \tag{10}$$

Поверхность Вебера вместе с формулами (9) и (10) изящно иллюстрирует эффект равногромкости тонов и раскрывает механизмы восприятия тонов различных параметров, обусловленных звуками разных частот и интенсивностей.

Проекция поверхности Вебера на координатную плоскость FOL описывает картину в плоском вари-

анте (рис. 2а). Изофоны содержатся в параллельных плоскостях.

С математической точки зрения уравнение (9) представляет собой функцию второй степени, которая обнаруживает свойства, характерные для гиперболического параболоида (рис. 2б).

Поверхность образована параллельным скольжением образующих парабол друг вдоль друга; в горизонтальных сечениях она имеет гиперболы, вырождающиеся в пару прямых; она является линейчатой поверхностью: всегда находится точка, через которую проходит пара прямолинейных образующих.

Психофизическая оценка ощущения на слух звукового раздражения заключается в том, чтобы определить предельный уровень громкости того тона, при котором под действием звуков не наблюдалось бы дисфункции слуха и деструкции структур уха. Закон Вебера в авторской форме является биофизической основой разработки психофизических механизмов морфофункциональной природы этих эффектов.

■ ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен закон Вебера для слуха, основанный на экспериментальных данных и получивший авторское научно-теоретическое обоснование и графическую интерпретацию.

Вектор инновационных приложений использования полученных результатов весьма разнообразен. Закон Вебера по автору может служить для многих практических дисциплин, использующих расчет громкости звуков различных частот и интенсивностей: от настройки слуховых имплантов и радиотехнических устройств и мониторинга шумовых производств до проектирования, разработки и использования индивидуальных акустических дозиметров. ■

ЛИТЕРАТУРА / REFERENCES

1. Weber EH. De Pulsu, Resorptione, Audituet Tactu. Annotationes Anatomicae et Physiologicae. Lipsiae: CFKohler, 1834.
2. Fechner GTh. Elemente der Psychophysik. Leipzig, Breitkopf and Hartel, 1858.
3. Gelfand SA. Hearing: An Introduction to Psychological and

Psychological Acoustics. Marcel Dekker, Inc., NY and Basel, 2001.

4. Ovchinnikov EL. Acoustic-Wave Hearing Model, The Initial Stage-C: Hydroacoustics of the Inner Ear (Sound Field Formation in the Cochlea). J. Appl. Bioinformatics & Computation Biology, 2014, p. 1 of 6. <http://dx.doi.org/10.4172/23299533.1000112> (дата обращения 03.05.2016).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Овчинников Е.Л. — к.б.н., доцент кафедры медицинской и биологической физики с курсом математики и информатики.

INFORMATION ABOUT AUTHOR

Ovchinnikov EL — PhD in Biology, associate professor of the Department of Medical and Biological Physics with Mathematics and Computer Science course.

■ Контактная информация

Овчинников Евгений Леонтьевич

Адрес: кв. 3, ул. Спортивная, 10, г. Самара, Россия, 443030.

E-mail: E.L.Ovchinnirov@ya.ru

Тел.: + 7 (927)730 55 85

■ Contact information

Ovchinnikov Evgeny Leontievich

Address: ap. 3, 10 Sportivnaya st., Samara, Russia, 443030.

E-mail: E.L.Ovchinnirov@ya.ru

Phone: + 7 (927)730 55 85